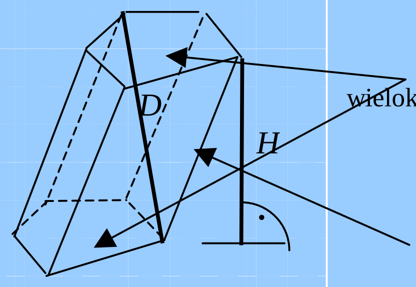
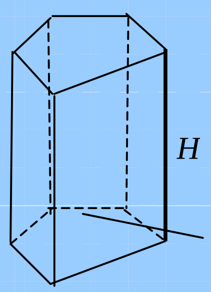
11. 1. GRANIASTOSŁUPY

. Graniastosłupy



Podstawy graniastosłupa - dwa równoległe i przystające wielokąty

Ściana boczna - równoległobok



Graniastosłup prosty – graniastosłup, w którym wszystkie krawędzie boczne są prostopadłe do podstaw. W graniastosłupie prostym wszystkie ściany boczne są prostokątami.

Graniastosłup, który nie jest prosty nazywamy graniastosłupem pochyłym

Przekątna graniastosłupa D – odcinek łączący dwa wierzchołki nie leżący na żadnej ze ścian.

Wysokość graniastosłupa H – odcinek łączący podstawy, prostopadły do nich. W graniastosłupie prostym wysokość jest równa krawędzi bocznej

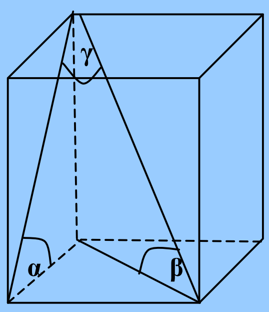
Graniastosłup prawidłowy – graniastosłup, którego podstawy są wielokątami foremnymi , a ściany boczne prostokątami.

Wzory na pole powierzchni całkowitej i objętość graniastosłupa:

$$P_c = 2P_p + P_b \qquad V = P_p \cdot H$$

Kąty w graniastosłupie

Graniastosłup prawidłowy czworokątny

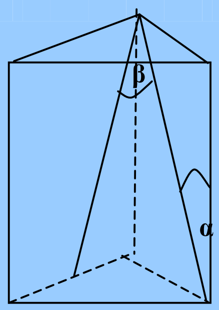


α – kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej do krawędzi podstawy

β – kąt nachylenia przekątnej graniastosłupa do podstawy

γ – kat nachylenia przekątnej graniastosłupa do ściany bocznej

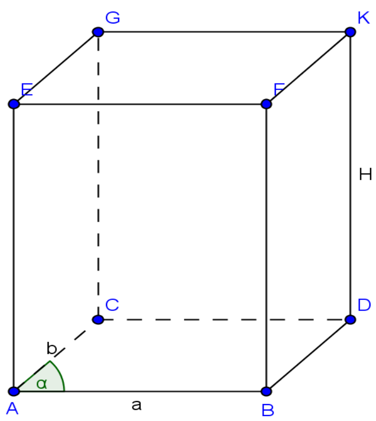
Graniastosłup prawidłowy trójkątny



α – kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej do krawędzi bocznej

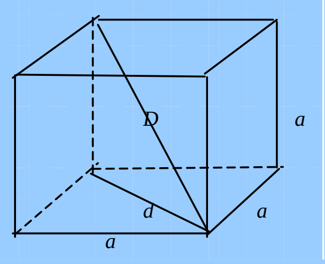
β – kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej do sąsiedniej ściany bocznej

<u>Przykład 11.1.1.</u> Podstawą graniastosłupa prostego jest równoległobok o bokach 4 i 6 oraz kacie $30°$. Oblicz objętość tego graniastosłupa wiedząc, że jego pole powierzchni całkowitej jest równe 72.

Rozwiązanie	**Komentarz**
 **Dane:** **Szukane:** **Wzory:** $a = 6$ $V = ?$ $V = ab\sin\alpha \cdot H$ $b = 4$ $P_c = 2ab\sin\alpha + 2aH + 2bH$ $\alpha = 30°$ $P_c = 72$	Analiza zadania. Przy obliczaniu objętości graniastosłupa wykorzystujemy wzór $V = P_p \cdot H$. Ponieważ podstawą graniastosłupa jest równoległobok, to $P_p = ab\sin\alpha$. Zatem $V = ab\sin\alpha \cdot H$ Pisząc wzór na pole powierzchni całkowitej graniastosłupa wykorzystujemy wzór $P_c = 2P_p + P_b$. Ponieważ $P_p = ab\sin\alpha$ oraz powierzchnię boczną tworzą dwa prostokąty o bokach a i H oraz dwa prostokąty o bokach b i H , zatem $P_c = 2ab\sin\alpha + 2aH + 2bH$

$P_c = 2ab\sin\alpha + 2aH + 2bH$ $72 = 2\cdot 6\cdot 4\cdot \sin 30^\circ + 2\cdot 6H + 2\cdot 4H$ $72 = 48\cdot\frac{1}{2} + 12H + 8H$ $72 = 24 + 20H$ $-20H = 24 - 72$ $-20H = -48 / : (-20)$ $H = 2{,}4$	Wykorzystują wzór na pole powierzchni całkowitej obliczamy H
$V = ab\sin\alpha\cdot H$ $V = 6\cdot 4\cdot \sin 30^\circ \cdot 2{,}4$ $V = 24\cdot\frac{1}{2}\cdot 2{,}4$ $V = 28{,}8$	Obliczamy objętość graniastosłupa.

Sześcian (graniastosłup foremny) – graniastosłup, którego wszystkie ściany są kwadratami.



a - krawędź sześcianu

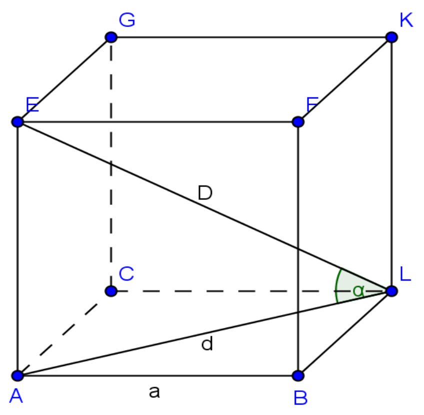
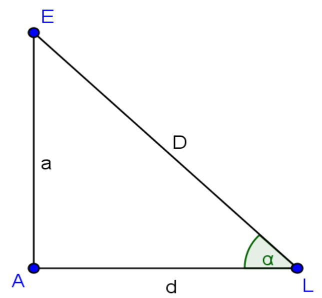
D – przekątna sześcianu $D = a\sqrt{3}$

d – przekątna ściany sześciany $d = a\sqrt{2}$

Wzór na pole powierzchni całkowitej sześcianu: $P_c = 6a^2$

Wzór n objętość sześcianu: $V = a^3$

Przykład 11.1.2. Oblicz kosinus kąta jaki tworzy przekątna sześcianu z jego podstawą.

Rozwiązanie	Komentarz
	Analiza zadania. Wykażemy, że przekątna sześcianu wyraża się wzorem $D = a\sqrt{3}$. 

<table>
<tr>
<td>

Szukane:

$\cos\alpha = ?$

Wzory:

$D = a\sqrt{3}$

$d = a\sqrt{2}$

</td>
<td>

Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa:

$a^2 + d^2 = D^2$

Za d podstawiamy wzór $d = a\sqrt{2}$

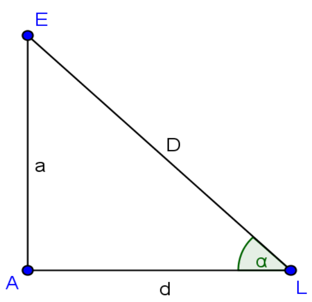
$a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 = D^2$

$a^2 + 2a^2 = D^2$

$3a^2 = D^2$

$D = a\sqrt{3}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>



$\cos\alpha = \frac{d}{D}$

$\cos\alpha = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$

</td>
<td>

Obliczmy $\cos\alpha$.

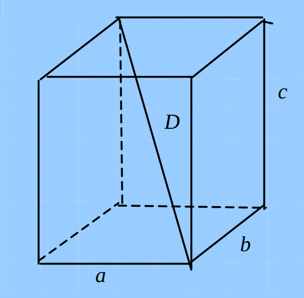
Korzystamy z definicji kosinusa:

$cos\alpha = \frac{przyprostokatna\_ przy\_\alpha}{przeciwprostokatna}$

Po podstawieniu wzorów $D = a\sqrt{3}$, $d = a\sqrt{2}$, skróceniu a oraz usunięciu niewymierności z mianownika otrzymujemy wartość $\cos\alpha$

</td>
</tr>
</table>

Prostopadłościan – graniastosłup, którego wszystkie ściany są prostokątami.



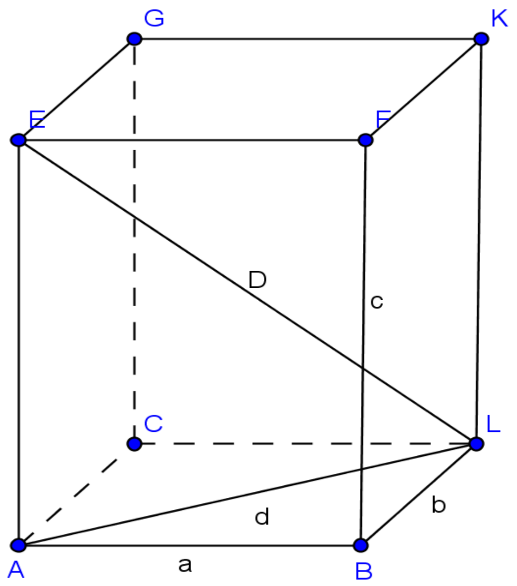
a ,b, c – krawędzie prostopadłościanu
D – przekątna prostopadłościanu

Wzór na pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu:

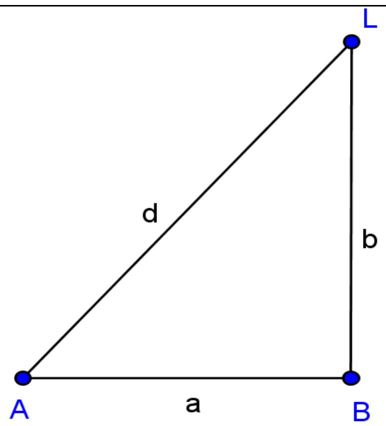
$P_c = 2ab + 2ac + 2bc$

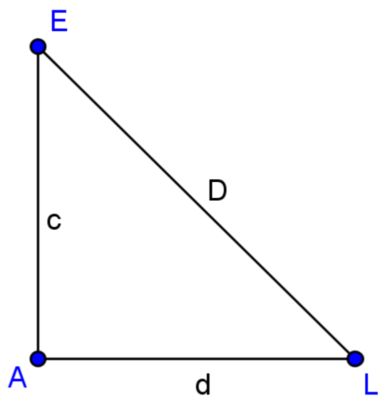
Wzór na objętość prostopadłościanu: $V = a \cdot b \cdot c$

Przykład 11.1.3. Długości krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka prostopadłościanu są liczbami tworzącymi ciąg geometryczny, w którym najmniejszy wyraz jest równy 2. Przekątna tego prostopadłościanu ma długość $\sqrt{52}$.
Oblicz pole powierzchni i objętość prostopadłościanu.

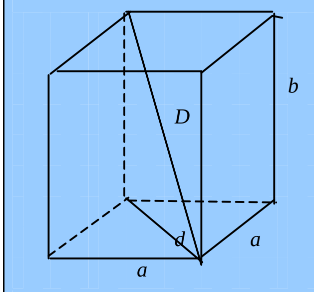
<table>
<tr><th>Rozwiązanie</th><th>Komentarz</th></tr>
<tr><td>
Dane: $a = 2$, $D = \sqrt{52}$, a, b, c - ciąg geometryczny
Szukane: $V = ?$, $P_c = ?$
Wzory: $V = a \cdot b \cdot c$, $P_c = 2ab + 2ac + 2bc$</td><td>Analiza zadania.

Przy obliczaniu objętości prostopadłościanu wykorzystujemy wzór $V = P_p \cdot H$. Ponieważ podstawą prostopadłościanu jest prostokąt, to $P_p = ab$, a wysokość prostopadłościanu $H = c$., zatem $V = abc$

Ścianami prostopadłościanu są dwa prostokąty o bokach a i b; dwa prostokąty o bokach b i c oraz dwa prostokąty o bokach a i c, zatem $P_c = 2ab + 2ac + 2bc$</td></tr>
<tr><td>$b^2 = a \cdot c$
$b^2 = 2c$</td><td>Wykorzystując zależność między trzema kolejnymi wyrazami a, b, c ciągu geometrycznego: $b^2 = a \cdot c$, zapisujemy pierwsze równanie z niewiadomymi b i c</td></tr>
<tr><td>
$d^2 = a^2 + b^2$
$d^2 = 4 + b^2$</td><td>Wykorzystując twierdzenia Pitagorasa zapisujemy wzór na przekątną podstawy prostopadłościanu.</td></tr>
</table>

 $c^2 + d^2 = D^2$ $c^2 + 4 + b^2 = \sqrt{52}^2$ $c^2 + b^2 = 52 - 4$ $c^2 + b^2 = 48$	Wykorzystując twierdzenia Pitagorasa zapisujemy drugie równanie z niewiadomymi b i c
$\begin{cases} b^2 = 2c \\ c^2 + b^2 = 48 \end{cases}$ $c^2 + 2c = 48$ $c^2 + 2c - 48 = 0$ $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-48) = 4 + 192 = 196$ $c_1 = \frac{-2 - \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 - 14}{2} = \frac{-16}{2} = -8 \notin R_+$ $c_2 = \frac{-2 + \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 + 14}{2} = 6$ $b^2 = 2c$ $b^2 = 2 \cdot 6$ $b^2 = 12$ $b = 2\sqrt{3}$	Rozwiązujemy metodą podstawiania układ równań z niewiadomymi b i c. Rozwiązując równanie kwadratowe stosujemy wzory: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ Ponieważ $c = -8$ nie spełnia warunków zadania , zatem $c = 6$. Obliczamy b
$V = a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 6 = 24\sqrt{3}$ $P_c = 2ab + 2ac + 2bc = 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2 \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 6 =$ $= 8\sqrt{3} + 24 + 24\sqrt{3} = 32\sqrt{3} + 24$	Obliczamy V i P_c

Graniastosłup prawidłowy czworokątny – graniastosłup, którego podstawy są kwadratami, a ściany boczne prostokątami.



a - krawędź podstawy

b – krawędź boczna (wysokość graniastosłupa)

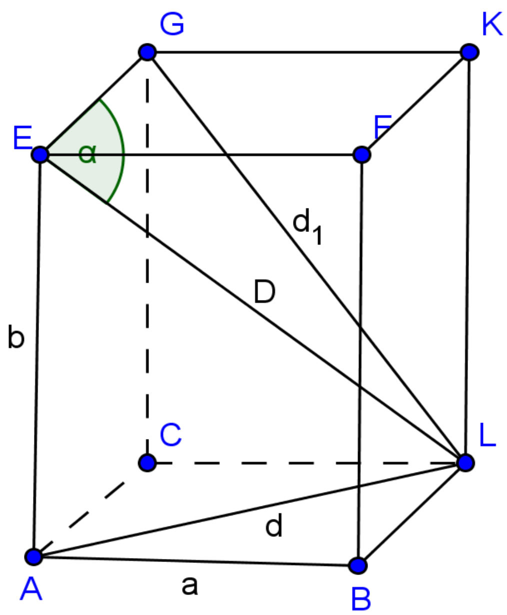
d – przekątna podstawy $d = a\sqrt{2}$

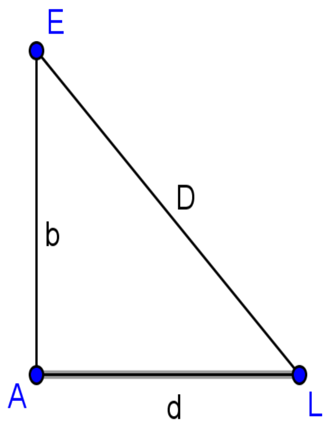
D – przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego

Wzór na pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego: $P_c = 2a^2 + 4ab$

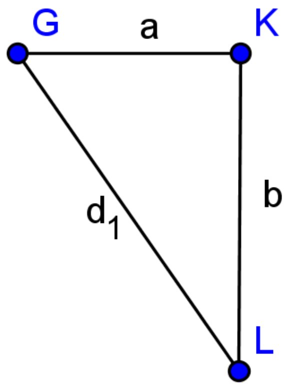
Wzór na objętość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego: $V = a^2 \cdot b$

Przykład 11.1.4. Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi 2, a przekątna tego graniastosłupa 8. Oblicz objętość, pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa oraz sinus kąta jaki tworzy przekątna graniastosłupa z krawędzią podstawy mającą z nią punkt wspólny.

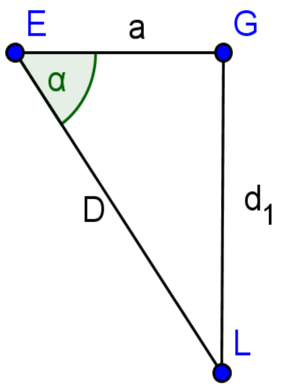
Rozwiązanie	Komentarz
 **Dane:** $a = 2$, $D = 8$ **Szukane:** $V = ?$, $P_c = ?$, $\sin\alpha = ?$ **Wzory:** $V = a^2 \cdot b$, $P_c = 2a^2 + 4ab$, $d = a\sqrt{2}$	Analiza zadania. Przy obliczaniu objętości graniastosłupa wykorzystujemy wzór $V = P_p \cdot H$. Ponieważ podstawą graniastosłupa jest kwadrat, to $P_p = a^2$,a wysokość graniastosłupa $H = b$., Zatem $V = a^2 \cdot b$ Pisząc wzór na pole powierzchni całkowitej graniastosłupa wykorzystujemy wzór $P_c = 2P_p + P_b$. Ponieważ $P_p = a^2$ oraz powierzchnię boczną tworzą cztery prostokąty o bokach a i b ,zatem $P_c = 2a^2 + 4ab$. W obliczenia wykorzystujemy również wzór na przekątną kwadratu $d = a\sqrt{2}$

<table>
<tr>
<td>

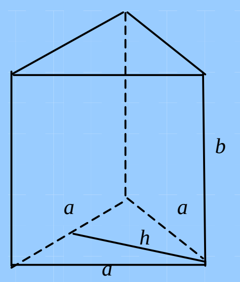
$b^2 + d^2 = D^2$
$b^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 8^2$
$b^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 64$
$b^2 = 64 - 8$
$b^2 = 56$
$b = \sqrt{56} = \sqrt{4 \cdot 14} = 2\sqrt{14}$</td>
<td>Korzystają z twierdzenia Pitagorasa obliczmy długość krawędzi bocznej b.

Wykorzystujemy również wzór na przekątną kwadratu $d = a\sqrt{2}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$V = a^2 \cdot b = 2^2 \cdot 2\sqrt{14} = 8\sqrt{14}$
$P_c = 2a^2 + 4ab = 2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{14} = 8 + 16\sqrt{14}$</td>
<td>Obliczamy V i P_c</td>
</tr>
<tr>
<td>

$a^2 + b^2 = d_1{}^2$
$2^2 + \left(\sqrt{56}\right)^2 = d_1{}^2$
$4 + 56 = d_1{}^2$
$d_1{}^2 = 60$
$d_1 = \sqrt{60} = \sqrt{4 \cdot 15} = 2\sqrt{15}$</td>
<td>Korzystając z twierdzenia Pitagorasa obliczmy długość przekątnej ściany bocznej d_1</td>
</tr>
</table>

 $\sin\alpha = \frac{d_1}{D} = \frac{2\sqrt{15}}{8} = \frac{\sqrt{15}}{4}$	Korzystając z definicji sinusa $\sin\alpha = \frac{przyprostokatna\_naprzeciw\_\alpha}{przeciwprostokatna}$ obliczamy sinus kąta jaki tworzy przekątna graniastosłupa z krawędzią podstawy.

Graniastosłup prawidłowy trójkątny – graniastosłup, którego podstawy są trójkątami równobocznymi,
a ściany boczne są prostokątami.

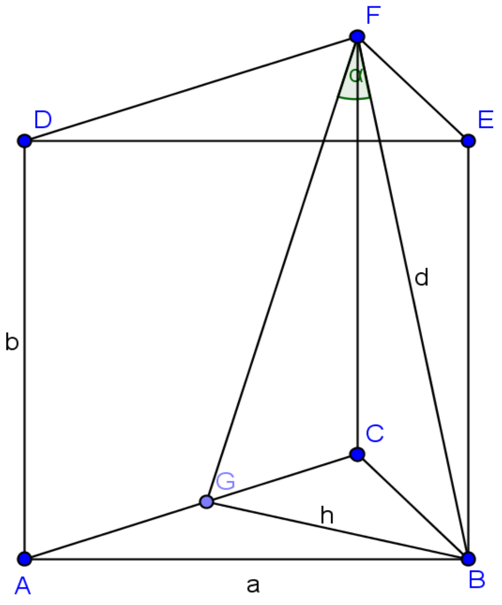


a - krawędź podstawy
b – krawędź boczna (wysokość graniastosłupa)
h – <u>wysokość podstawy</u> $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

<u>Wzór na pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego:</u> $P_c = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3ab$

<u>Wzór na objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego:</u> $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot b$

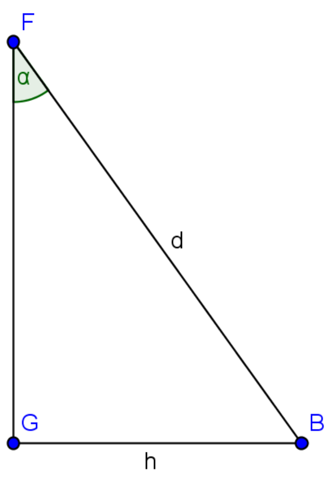
<u>Przykład 11.1.5.</u> Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ,w którym długość krawędzi podstawy jest równa 20 oraz kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej do sąsiedniej ściany bocznej ma miarę $45°$.

<table>
<tr><th>Rozwiązanie</th><th>Komentarz</th></tr>
<tr><td>


Dane: $a = 20$, $\alpha = 45°$
Szukane: $V = ?$, $P_c = ?$
Wzory: $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot b$
$P_c = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3ab$
$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
</td><td>
Analiza zadania.

Przy obliczaniu objętości graniastosłupa wykorzystujemy wzór $V = P_p \cdot H$. Ponieważ podstawą graniastosłupa jest trójkąt równoboczny, to $P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$,a wysokość graniastosłupa $H = b$.,
Zatem $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot b$

Pisząc wzór na pole powierzchni całkowitej graniastosłupa wykorzystujemy wzór $P_c = 2P_p + P_b$. Ponieważ $P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ oraz powierzchnię boczną tworzą trzy prostokąty o bokach a i b ,
zatem $P_c = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3ab$

W obliczenia wykorzystamy również wzór na wysokość trójkąta równobocznego $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
</td></tr>
<tr><td>$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$</td><td>Obliczamy wysokość podstawy graniastosłupa.</td></tr>
<tr><td>


</td><td>
Korzystając z definicji sinusa :
$\sin\alpha = \frac{przyprostokatna\_naprzeciw\_\alpha}{przeciwprostokatna}$
obliczmy przekątną ściany bocznej .
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>

$\sin\alpha = \frac{h}{d}$

$\sin 45^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{d}$

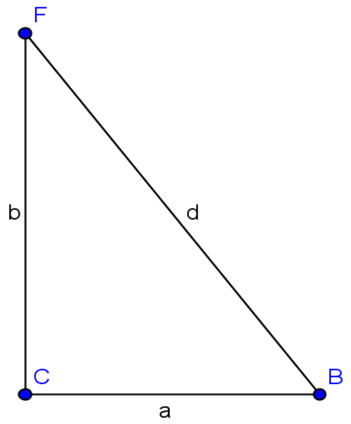
$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{d}$

$\sqrt{2}d = 20\sqrt{3} / \cdot \sqrt{2}$

$2d = 20\sqrt{6} / : 2$

$d = 10\sqrt{6}$

</td><td></td></tr>
<tr><td>



$a^2 + b^2 = d^2$

$20^2 + b^2 = \left(10\sqrt{6}\right)^2$

$400 + b^2 = 600$

$b^2 = 200$

$b = 10\sqrt{2}$

</td><td>Korzystając z twierdzenia Pitagorasa obliczamy długość krawędzi bocznej b.</td></tr>
<tr><td>

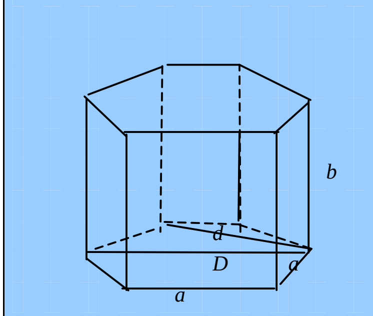
$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot b = \frac{20^2\sqrt{3}}{4} \cdot 10\sqrt{2} = \frac{400\sqrt{3}}{4} \cdot 10\sqrt{2} = 1$

$P_c = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3ab = 2 \cdot \frac{20^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot 20 \cdot 10\sqrt{2} =$

$= 2 \cdot \frac{400\sqrt{3}}{4} + 600\sqrt{2} = 200\sqrt{3} + 600\sqrt{2}$

</td><td>Obliczamy V i P_c</td></tr>
</table>

Graniastosłup prawidłowy sześciokątny – graniastosłup, którego podstawami są sześciokąty foremne,
a ściany boczne są prostokątami.



a - krawędź podstawy

b – krawędź boczna (wysokość graniastosłupa)

d – krótsza przekątna podstawy $d = 2\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

D – dłuższa przekątna podstawy $D = 2a$

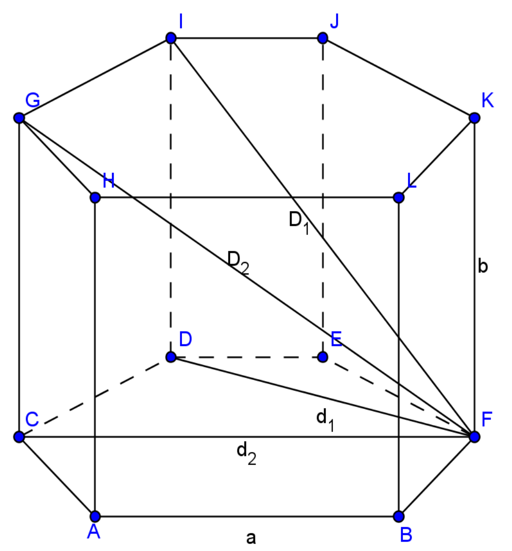
Wzór na pole powierzchni graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego:

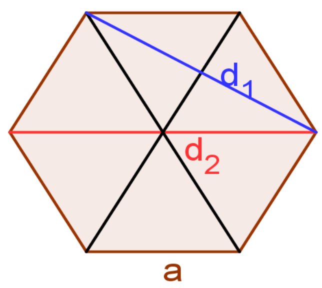
$$P_c = 2 \cdot 6\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6ab$$

Wzór na objętość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego:

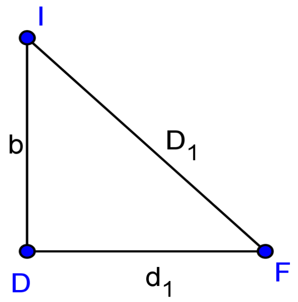
$$V = 6\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot b$$

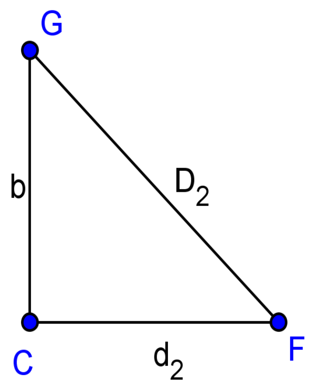
Przykład 11.1.6. W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym wszystkie krawędzie mają długość 4. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość graniastosłupa oraz długości przekątnych graniastosłupa.

<table>
<tr><th>Rozwiązanie</th><th>Komentarz</th></tr>
<tr><td>
</td><td>Analiza zadania.

Podstawą graniastosłupa jest sześciokąt foremny.


Łącząc wierzchołki sześciokąta otrzymujemy sześć trójkątów równobocznych, dlatego $P_p = 6 \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.</td></tr>
</table>

Dane: **Szukane:** **Wzory:** $a=4$ $V=?$ $V=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot b$ $b=4$ $P_c=?$ $P_c=2\cdot 6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+6ab$ $D_1=?$ $d_1=2\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}$ $D_2=?$ $d_2=2a$	Dłuższa przekątna sześciokąta foremnego jest równa długości dwóch boków trójkąta równobocznego: $d_2=2a$ Krótsza przekątna sześciokąta foremnego jest równa długości dwóch wysokości trójkąta równobocznego: $d_1=2\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}$ Przy obliczaniu objętości graniastosłupa wykorzystujemy wzór $V=P_p\cdot H$. Ponieważ podstawą graniastosłupa jest sześciokąt foremny, to $P_p=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$,a wysokość graniastosłupa $H=b$., Zatem $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot b$ Pisząc wzór na pole powierzchni całkowitej graniastosłupa wykorzystujemy wzór $P_c=2P_p+P_b$. Ponieważ $P_p=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ oraz powierzchnię boczną tworzy sześć prostokątów o bokach a i b , zatem $P_c=2\cdot 6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+6ab$
$V=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot b=6\cdot\frac{4^2\sqrt{3}}{4}\cdot 4=6\cdot\frac{16\sqrt{3}}{4}\cdot 4=$ $=6\cdot 4\sqrt{3}\cdot 4=96\sqrt{3}$ $P_c=2\cdot 6\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+6ab=12\frac{4^2\sqrt{3}}{4}+6\cdot 4\cdot 4=$ $=12\frac{16\sqrt{3}}{4}+96=48\sqrt{3}+96$	Obliczamy V i P_c
 	Wykorzystując twierdzenie Pitagorasa obliczamy długość krótszej przekątnej graniastosłupa.

$b^2 + d_1^2 = D_1^2$ $4^2 + \left(2 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2 = D_1^2$ $16 + 48 = D_1^2$ $64 = D_1^2$ $D_1 = 8$	
 $b^2 + d_2^2 = D_2^2$ $4^2 + (2 \cdot 4)^2 = D_2^2$ $16 + 64 = D_2^2$ $D_2^2 = 80$ $D_2 = \sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = 4\sqrt{5}$	Wykorzystując twierdzeniu Pitagorasa obliczamy długość dłuższej przekątnej graniastosłupa. Korzystamy ze wzoru $d_2 = 2a$

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 11.1.1. (3pkt.) Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość sześcianu o przekątnej długości $12cm$.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie długości krawędzi sześcianu	1
2	Podanie pola powierzchni całkowitej sześcianu.	1
3	Podanie objętości sześcianu.	1

Ćwiczenie 11.1.2. (4pkt.) Podstawą graniastosłupa prostego jest prostokąt o bokach długości $4cm;2cm$ .Oblicz objętość i pole powierzchni tego graniastosłupa wiedząc, że jego przekątna jest nachylona do podstawy pod kątem $60°$.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	**Odpowiedź**	**Liczba punktów**
1	Podanie długości przekątnej podstawy graniastosłupa	1
2	Podanie wysokości graniastosłupa.	1
3	Podanie pola powierzchni całkowitej graniastosłupa	1
4	Podanie objętości sześcianu graniastosłupa.	1

Ćwiczenie 11.1.3. (5pkt.) W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym przekątna podstawy ma długość $3\sqrt{2}cm$ i tworzy z przekątną ściany bocznej wychodzącą z tego samego wierzchołka kąt $60°$. Oblicz pole powierzchni i objętość tego graniastosłupa.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	**Odpowiedź**	**Liczba punktów**
1	Podanie długości krawędzi podstawy.	1
2	Podanie długości przekątnej ściany bocznej	1
3	Podanie długości krawędzi bocznej.	1
4	Podanie pola powierzchni całkowitej graniastosłupa	1
5	Podanie objętości sześcianu graniastosłupa.	1

Ćwiczenie 11.1.4. (3pkt.) W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym przekątna ściany bocznej jest nachylona do krawędzi podstawy długości $6cm$ pod kątem $30°$. Oblicz pole powierzchni i objętość graniastosłupa.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	**Odpowiedź**	**Liczba punktów**
1	Podanie długości krawędzi bocznej	1
2	Podanie pola powierzchni całkowitej graniastosłupa	1
3	Podanie objętości sześcianu graniastosłupa.	1

Ćwiczenie 11.1.5. (3pkt.) Oblicz pole powierzchni i objętość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, którego krawędź podstawy ma długość $4\sqrt{2}$ i najdłuższa przekątna 12.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	**Odpowiedź**	**Liczba punktów**
1	Podanie długości krawędzi bocznej	1
2	Podanie pola powierzchni całkowitej graniastosłupa	1
3	Podanie objętości sześcianu graniastosłupa.	1